RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 17 giugno 1917.

F. D' Ovidio Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sulla teoria delle omografie iperspaziali.* Nota del Corrispondente F. Enriques.

È noto che la teoria delle omografie in un S_n dipende dal sistema delle equazioni che dànno i punti uniti, equazioni ove entra fra le incognite — accanto alle coordinate di codesti punti — anche un fattore di proporzionalità, ϱ:

$$(1)\qquad \begin{cases} \varrho x_0 = a_{00}x_0 + a_{01}x_1 + \cdots + a_{0n}x_n \\ \varrho x_1 = a_{10}x_0 + a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \varrho x_n = a_{n0}x_0 + a_{n1}x_1 + \cdots + a_{nn}x_n \,. \end{cases}$$

La via classica per lo studio di queste equazioni procede da Weierstrass, e vi si muovono i lavori di Segre e Predella, la trattazione colle operazioni distributive di Pincherle ecc. Essa consiste nell'eliminare le x_i, formando dunque la resultante caratteristica

$$D(\varrho) = \begin{vmatrix} a_{00}-\varrho & a_{01} & \cdots & a_{0n} \\ a_{10} & a_{11}-\varrho & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n0} & a_{n1} & \cdots & a_{nn}-\varrho \end{vmatrix} = 0\,;$$

alle $n+1$ radici, in generale semplici e distinte della $D(\varrho)=0$, rispondono $n+1$ punti uniti dell'omografia. Ma le varie circostanze particolari delle omografie tengono, non solo alla molteplicità delle radici di $D(\varrho)=0$,

bensì anche al grado d'indeterminazione corrispondente del sistema (1), sicchè si è condotti a classificare le omografie in base alle moltiplicità che le radici di $D(\varrho) = 0$ hanno per le equazioni ottenute annullando i minori del determinante $D(\varrho)$.

Nelle mie lezioni di quest'anno, mi è occorso di svolgere la teoria delle omografie secondo un punto di vista che si allontana dalla teoria classica così disegnata, e di cui i peculiari caratteri si riassumono:

1°) nella possibilità di una semplice trattazione sintetica, parallela allo sviluppo analitico;

2°) e nella definizione precisa degli spazî di punti uniti infinitamente vicini, nel senso che questa locuzione riceve dalla teoria delle singolarità (delle curve, superficie ecc.).

Il nuovo ordinamento della teoria delle omografie, senza avere la pretesa di surrogare l'ordinamento classico, può dunque almeno completarlo; in ogni caso esso mi par degno di ritenere, per un momento, l'attenzione della nostra illustre Accademia. Il cenno che ne darò in questa Nota sarà brevissimo; lascerà da parte tutti gli sviluppi, rimettendo ciò ad un'esposizione più diffusa che troverà luogo nel secondo volume delle mie *Lezioni sulla teoria geometrica delle equazioni*, redatto in collaborazione col dottore Chisini.

L'idea direttiva della teoria che qui si disegna consiste in questo: in luogo di eliminare le x_i dalle (1), si può eliminare il fattore di proporzionalità ϱ, e allora si ottengono le equazioni dei punti uniti sotto la forma:

$$(2)\quad \begin{cases} (a_{00}x_0 + a_{01}x_1 + \cdots + a_{0n}x_n)\,x_1 = \\ \qquad\qquad = (a_{10}x_0 + a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n)\,x_0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ (a_{00}x_0 + a_{01}x_1 + \cdots + a_{0n}x_n)\,x_n = \\ \qquad\qquad = (a_{n0}x_0 + a_{n1}x_1 + \cdots + a_{nn}x_n)\,x_0 . \end{cases}$$

Le (2) rappresentano n quadriche Q^2_{n-1} di S_n, passanti per lo S_{n-1} di equazioni: $x_0 = 0$, $a_{00}x_0 + a_{01}x_1 + \cdots + a_{0n}x_n = 0$. La determinazione dei punti uniti d'un'omografia di S_n si ottiene così generalizzando una nota costruzione dei punti uniti delle omografie piane. Infatti si assumano in un iperpiano, π, di S_n, n S_{n-2}: $\alpha_1\,\alpha_2 \ldots \alpha_n$, e si considerino gli S_{n-2} omologhi: $\alpha'_1\,\alpha'_2 \ldots \alpha'_n$, nell'iperpiano π' che corrisponde a π: i fasci d'iperpiani proiettivi α_i e α'_i, generano n quadriche Q^2_{n-1}, passanti per l'intersezione di π e π', e secantisi ulteriormente nei punti uniti della data omografia.

La discussione del sistema di equazioni (2), si compie facilmente in base ad una *proprietà fondamentale* che spetta alle *varietà* (di 1, 2, ... dimensioni) *intersezioni di quadriche* Q^2_{n-1} *passanti per un* S_{n-2}, β: codeste varietà segano sempre secondo spazî lineari gli S_{n-2}, γ, incidenti a β, che appartengono ad una qualsiasi delle nostre Q^2_{n-1} (giova ricordare che una

Q^2_{n-1} contenente un S_{n-2} è un cono proiettante da un S_{n-4} una superficie di 2° ordine, e quindi contenente due sistemi di S_{n-2}).

Risulta dall'anzidetta proprietà fondamentale, anzitutto (con ragionamento induttivo da n a $n+1$) che i punti uniti, intersezioni delle quadriche (2) fuori di β, sono in generale $n+1$; in secondo luogo che, se vi sono varietà continue di punti uniti, queste sono lineari.

Ora, se la nostra omografia possiede un S_h di punti uniti, le varietà V_h, intersezioni di $n-h-1$ fra le nostre Q^2_{n-1}, conterranno S_h come parte; le residue V'_h s'incontreranno generalmente in $n-h$ punti fuori dello S_h. In ogni caso codeste V'_h, soddisferanno ancora alla proprietà fondamentale delle V_h, e, in conseguenza di ciò, avranno a comune sempre varietà lineari; questa conclusione si estende al caso in cui le dette V' abbiano comune una varietà entro lo S_h: si definirà così un S_h, di *punti uniti doppî* ecc.

Questo rapido cenno è sufficiente a fare comprendere la definizione generale degli spazî di punti uniti multipli, di cui si riconosce tosto l'accordo colla definizione di Predella.

Ma vorrei rilevare la precisione che si ottiene nel concetto degli *spazî di punti uniti infinitamente vicini*. Qui tale locuzione s'introduce nel senso proprio che le spetta secondo la teoria generale delle singolarità: infatti *l'esistenza di spazî di punti uniti dell'omografia corrisponde a quella di spazî di contatto o d'osculazione per le quadriche* (2) e quindi per le varietà, V, intersezioni di esse, che sono generate da spazî lineari.

Emerge in pari tempo come nella teoria delle omografie si presenti soltanto il caso di spazî (di punti uniti) infinitamente vicini, che risponde ai *punti infinitamente vicini su rami lineari*, di guisachè ci si riduce infine a caratterizzare le omografie di un S_r, aventi $r+1$ punti infinitamente vicini sopra un ramo lineare; le quali posseggono, come invarianti, delle curve razionali normali di S_r (1).

Può apparire a prima vista strano che non si possano avere omografie con punti uniti infinitamente vicini, all'infuori dei casi in cui questi punti si lasciano definire mediante rami lineari. Ma la ragione di ciò apparisce chiara già dall'esame delle omografie piane: se si fanno avvicinare due punti uniti B e C ad un punto unito A, in direzioni diverse, l'omografia si riduce ad un'omologia speciale di centro A, il cui asse passa per A; altrettanto avviene se si fanno avvicinare ad A i due punti uniti B e C, movendosi sopra un ramo di second'ordine.

(1) Già parecchi anni or sono, il sig. Fano ed io avemmo occasione di scambiarci verbalmente questa proposizione, che avevamo indipendentemente osservata, e che può servire di fondamento e d'illustrazione alla riduzione dell'omografia a forma canonica. Una verifica analitica diretta della proposizione anzidetta, fu data dalla sig.ra Maria Sostegni nella sua tesi di laurea presentata all'Università di Bologna nel 1914 (e non pubblicata).

Matematica. — *I moti relativi nel calcolo assoluto.* Nota di C. Burali-Forti, presentata dal Corrispondente R. Marcolongo.

Si è più volte accennato (1) alla possibilità ed opportunità di non far uso in meccanica di moti relativi [cfr. *a*) - *i*)] che richiedono sempre elementi estranei alla questione che si studia; ad es. negli ingranaggi [cfr. *c*)] portano alla considerazione di moti inesistenti. Due questioni non erano ancora state trattate esplicitamente ed intendo svilupparle in questa Nota. Una si riferisce alla pseudo-derivata rispetto ad assi mobili, concetto e notazione assai infelice; l'altra al luogo fisso e mobile degli assi di istantanea rotazione nel moto di un corpo rigido.

Forma assoluta del moto relativo.

In uno spazio geometrico S, fisso ed illimitato, tutti i punti sono animati da un moto ν, cioè ogni punto di S è in ogni tempo t posizione di punti in moto nello spazio stesso. In certi casi è opportuno considerare un osservatore del moto ν, non fisso in S ma animato da un moto di corpo rigido $\mu = \begin{pmatrix} O_1 \\ O \end{pmatrix}, \lambda$ ove O è punto fisso, O_1 punto e λ isomeria vettoriale ad invariante terzo positivo [cfr. *g*)] funzioni di t. Il moto μ può essere, o pur no, indipendente da ν. L'osservatore, in tali condizioni, vede in moto qualsiasi punto P fisso di S (moto relativo) e nel tempo t lo vede nella posizione μP. Così è stabilito il moto relativo all'osservatore senza bisogno di assi fissi e mobili. Tanto per dare un esempio si può stabilire quand'è che « il moto ν si dice *stazionario* rispetto al moto μ dell'osservatore ». Nel tempo t, passano per P e μP due punti che nel moto ν hanno le velocità $\mathbf{v}, \mathbf{v}_1$; si dice che ν è stazionario rispetto a μ, quando essendo $\mathbf{a}$ vettore arbitrario, si ha $\mathbf{v} \times \mathbf{a} = \mathbf{v}_1 \times \lambda\mathbf{a}$, cioè $\mathbf{v} \times \mathbf{a} = \mathrm{K}\lambda\mathbf{v}_1 \times \mathbf{a}$, che per l'arbitrarietà di $\mathbf{a}$ dà $\mathbf{v} = \mathrm{K}\lambda\mathbf{v}_1$, cioè $\mathbf{v}_1 = \lambda\mathbf{v}$; e questa è, sotto la sua forma più semplice, la condizione di stazionarietà.

(1) Citeremo i lavori seguenti.

C. Burali-Forti et R. Marcolongo: *a*) *Eléments de calcul vectoriel* (Hermann, Paris). — *b*) *Analyse vectorielle générale* (Mattei, Pavia).

C. Burali-Forti: *c*) *Ingranaggi piani* (Atti Acc. Torino, vol. 37). — *d*) *Sul moto di un corpo rigido* (id., vol. 38). — *e*) *Sul moto composto* (id., vol. 47). — *f*) *Sulle derivate delle isomerie vettoriali* (Rend. Lincei, vol. XXV. serie 5ª; nella formula [1] a pag. 712 dopo il simbolo $\wedge$ manca λ; si deve scrivere $\lambda' = \Omega \wedge \lambda$). — *g*) *Isomerie vettoriali e moti geometrici* (Mem. Acc. Torino, s. II, vol. 65). — *h*) *Corso di Geometria analitico-proiettiva* (G. B. Petrini, Torino).

A. Pensa: *i*) *Sopra alcune proprietà del moto di un corpo rigido* (Rendic. Palermo, T. XXXVI).

È noto [cfr. *a*), *f*), *g*)] che il moto μ determina il vettore Ω funzione di t che dà la rotazione istantanea e tale anche che [cfr. *f*)]

$$d\lambda = \Omega \wedge \lambda\, dt \quad , \quad d\mathrm{K}\lambda = -(\mathrm{K}\lambda\Omega) \wedge \mathrm{K}\lambda\, dt .$$

Ciò posto, ed essendo $\mathbf{u}$ un qualsiasi vettore funzione di t, si ha

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \lambda \frac{d(\mathrm{K}\lambda\mathbf{u})}{dt} + \Omega \wedge \mathbf{u} . \tag{1}$$

Infatti per le formule ora citate, e ricordando che

$$\mathrm{R}\lambda = \lambda \ , \ (\lambda\mathbf{a}) \wedge (\lambda\mathbf{b}) = \lambda(\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}) \ , \ (\lambda\mathbf{a}) \times (\lambda\mathbf{b}) = \mathbf{a} \times \mathbf{b} ,$$

si ha

$$d(\mathrm{K}\lambda\mathbf{u}) = (d\mathrm{K}\lambda)\,\mathbf{u} + \mathrm{K}\lambda\, d\mathbf{u} = -(\mathrm{K}\lambda\Omega) \wedge \mathrm{K}\lambda\mathbf{u}\, dt + \mathrm{K}\lambda\, d\mathbf{u} =$$
$$= \mathrm{K}\lambda \{ -\Omega \wedge \mathbf{u}\, dt + d\mathbf{u} \} ,$$

dalla quale operando con λ nei due membri $(\lambda . \mathrm{K}\lambda = 1)$ e dividendo per dt si ha la (1).

Se P è un punto funzione di t, dalla identità $P = O_1 + (P - O_1)$ e dalla (1) si ha subito

$$\frac{dP}{dt} = \frac{dO_1}{dt} + \lambda \frac{d\{\mathrm{K}\lambda(P - O_1)\}}{dt} + \Omega \wedge (P - O_1) . \tag{2}$$

Il primo termine del secondo membro della (1) è il vettore che di solito si chiama « derivata di $\mathbf{u}$ rispetto agli assi mobili » e si indica con la notazione $d'\mathbf{u}/dt$, cioè si pone

$$\frac{d'\mathbf{u}}{dt} = \lambda \frac{d(\mathrm{K}\lambda\mathbf{u})}{dt} \tag{*a*}$$

e siccome il secondo membro *non* è una derivata, tanto basta per non accettare denominazione e notazione usuale. L'origine cartesiana di tale denominazione e notazione è questa. Essendo $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ la solita terna ortogonale parallela agli assi fissi, gli assi mobili collegati con l'osservatore sono paralleli ai vettori $\lambda\mathbf{i}, \lambda\mathbf{j}, \lambda\mathbf{k}$; posto $\mathbf{u} = x\lambda\mathbf{i} + y\lambda\mathbf{j} + z\lambda\mathbf{k}$, il vettore (*a*) è

$$\frac{dx}{dt}\lambda\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\lambda\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\lambda\mathbf{k}$$

che facilmente si pone sotto la forma del secondo membro della (*a*). Risulta ancora una volta [cfr. *a*), vol. I e II] come le coordinate cartesiane possano dare facilmente origine a degli pseudo-enti e pseudo-operatori.

Giova osservare, sebbene ciò abbia relazione soltanto indiretta con i moti relativi ordinari, che se $\mathbf{u}$ e λ sono funzioni, non di t, ma di un

punto P variabile in un campo (continuo, ecc.) a tre dimensioni, si ha una formula analoga alla (1),

$$\frac{d\mathbf{u}}{dP} = \lambda \frac{d(\mathrm{K}\lambda\mathbf{u})}{dP} - \mathbf{u} \wedge \mu \tag{3}$$

ove μ è l'omografia funzione di P [cfr. f) per la quale si ha $d\lambda = (\mu dP) \wedge \lambda$. Si ha infatti [cfr. f), pag. 714]

$$\frac{d(\mathrm{K}\lambda\mathbf{u})}{dP}\mathbf{x} = \mathrm{K}\lambda \frac{d\mathbf{u}}{dP}\mathbf{x} - (\mathrm{K}\lambda \,.\, \mu\mathbf{x}) \wedge \mathrm{K}\lambda\mathbf{u}$$

$$= \mathrm{K}\lambda \left\{ \frac{d\mathbf{u}}{dP}\mathbf{x} + \mathbf{u} \wedge (\mu\mathbf{x}) \right\}.$$

Moto di corpo rigido.

Si consideri un corpo rigido in moto e sia P, funzione di t, il suo punto generico nel tempo t, posizione del punto P_0 del corpo all'inizio del moto, cioè nel tempo t_0. Indicheremo con gli apici le derivate rispetto a t.

Il moto del corpo rigido è individuato da una formazione geometrica di seconda specie [cfr. h), d), i)]

$$s = \varphi \,.\, O\mathbf{u} + m\,|\,\mathbf{u} \tag{1}$$

ove φ, m sono numeri reali, O è un punto, $\mathbf{u}$ un vettore unitario, funzioni tutti di t, senza che la linea descritta da O sia necessariamente una traiettoria di un punto del corpo rigido, come pure $\mathbf{u}$ non sia necessariamente invariabilmente collegato col corpo rigido. La retta $O\mathbf{u}$ è l'asse istantaneo di Mozzi nel tempo t, φdt, $m dt$ dànno le grandezze della rotazione e traslazione istantanea nel tempo t.

La velocità P' nel tempo t è data da [cfr. c), i)]

$$P' = |\,(Ps \,.\, \omega) = \varphi\mathbf{u} \wedge (P - O) + m\mathbf{u} \quad (1) \tag{2}$$

dalla quale si ricava la formula usuale

$$P' - Q' = \varphi\mathbf{u} \wedge (P - Q) \tag{3}$$

nella quale non comparisce la traslazione m.

Si può partire dalla (3) per stabilire il moto del corpo rigido [cfr. a), f)] e allora m è dato da $P' \times \mathbf{u}$ che è indipendente dallo speciale punto P

(1) Si noti che un punto P del corpo rigido può stare, in ogni tempo t, nell'asse di Mozzi, la retta $O\mathbf{u}$, solamente quando $P = O + x\mathbf{u}$ e quindi $P' = m\mathbf{u}$. La rigata descritta da $O\mathbf{u}$ è quindi sviluppabile e P ne deve descrivere lo spigolo di regresso. È importante tener conto che il punto O funzione di t (generico sulla retta $O\mathbf{u}$) non descrive in generale una traiettoria di un punto del corpo.

del corpo, e un punto dell'asse di Mozzi è $P + 1/\varphi\,\mathbf{u} \wedge P'$ proiezione ortogonale di P sull'asse e per il quale passa, nel tempe t, un punto del corpo rigido con la velocità $m\mathbf{u}$ [cfr. a)].

Esiste la isomeria vettoriale, un *Rotor* [cfr. g)], λ tale che per P, Q punti arbitrarî del corpo rigido

$$P - Q = \lambda(P_0 - Q_0) \tag{4}$$

e per tale isomeria si ha [cfr. f)]

$$\lambda' = \varphi\mathbf{u} \wedge \lambda \quad , \quad \mathrm{K}\lambda' = -\varphi(\mathrm{K}\lambda\,\mathbf{u}) \wedge \mathrm{K}\lambda . \tag{5}$$

La retta $O\mathbf{u}$ descrive, col variare di t, una rigata $\boldsymbol{\Sigma}$ *luogo immobile degli assi di istantanea rotazione.* Il punto H e il vettore unitario $\mathbf{v}$, funzioni di t_0 e di t, invariabilmente collegati col corpo rigido, siano tali che nel tempo t divengano rispettivamente O, $\mathbf{u}$, cioè si abbia

$$P - O = \lambda(P_0 - H) \quad , \quad \mathbf{u} = \lambda\mathbf{v} ,$$

ovvero, il che equivale,

$$H = P_0 - \mathrm{K}\lambda(P - O) \quad , \quad \mathbf{v} = \mathrm{K}\lambda\,\mathbf{u} . \tag{6}$$

La retta $H\mathbf{v}$ descrive, col variare di t, una rigata $\boldsymbol{\Sigma}_1$ che è il *luogo mobile degli assi di istantanea rotazione.* Durante il moto le generatrici $H\mathbf{v}$ di $\boldsymbol{\Sigma}_1$ vengono a disporsi nelle corrispondenti generatrici $O\mathbf{u}$ di $\boldsymbol{\Sigma}$ e H si dispone in O.

Per le derivate, rispetto a t, di H e $\mathbf{v}$ si ha

$$H' = \mathrm{K}\lambda(O' - m\mathbf{u}) \quad , \quad \mathbf{v}' = \mathrm{K}\lambda\,\mathbf{u}' \tag{7}$$

e in conseguenza

$$\lambda(H' \wedge \mathbf{v}) = O' \wedge \mathbf{u} \quad , \quad \lambda(\mathbf{v}' \wedge \mathbf{v}) = \mathbf{u}' \wedge \mathbf{u} . \tag{8}$$

Ciò si dimostra facilmente. Derivando la prima delle (6) e tenendo conto delle (5) si ha

$$H' = -\mathrm{K}\lambda'(P - O) - \mathrm{K}\lambda(P' - O') = \mathrm{K}\lambda\{\varphi\mathbf{u} \wedge (P - O) - P' + O'\}$$

che per la (2) dà la prima delle (7). Derivando la seconda delle (6) si ha

$$\mathbf{v}' = \mathrm{K}\lambda'\mathbf{u} + \mathrm{K}\lambda\,\mathbf{u}' = -\varphi(\mathrm{K}\lambda\,\mathbf{u}) \wedge \mathrm{K}\lambda\,\mathbf{u} + \mathrm{K}\lambda\,\mathbf{u}'$$

che dà la seconda delle (7). Dalle (7) si ha, per la seconda (6),

$$H' \wedge \mathbf{v} = \mathrm{K}\lambda\{(O' - m\mathbf{u}) \wedge \mathbf{u}\} \quad , \quad \mathbf{v}' \wedge \mathbf{v} = \mathrm{K}\lambda(\mathbf{u}' \wedge \mathbf{u})$$

ed operando con λ nei due membri si hanno le (8) (1).

(1) Si tenga presenta che: $\lambda \,.\, \mathrm{K}\lambda = \mathrm{K}\lambda \,.\, \lambda = 1$, $\mathrm{R}\lambda = \lambda$, $(\lambda\mathbf{a}) \wedge \lambda\mathbf{b} = \mathrm{R}\lambda(\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}) = \lambda(\mathbf{a} \wedge \mathbf{b})$, $(\lambda\mathbf{a}) \times (\lambda\mathbf{b}) = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$.

Da queste formule semplicissime derivano le proprietà del rotolamento di Σ_1 in Σ che dà il moto del corpo rigido come ora esponiamo.

Nei punti H, O di Σ_1, Σ, i piani tangenti sono normali [cfr. h)] ai vettori $H' \wedge \mathbf{v}$, $O' \wedge \mathbf{u}$ e gli elementi di area in tali punti hanno per rapporto il rapporto dei moduli dei due vettori. Osservando che per a costante arbitraria il punto $H + a\mathbf{v}$ va in $O + a\mathbf{u}$ e che la prima delle (8) vale sostituendo ad H ed O questi punti, dalla prima delle (8) risulta subito, come è noto, che: durante il moto la Σ_1 ha moto di sviluppo in Σ, cioè in qualunque posizione i piani tangenti a Σ_1 nei punti di $H\mathbf{v}$ vengono a coincidere coi piani tangenti a Σ nei punti corrispondenti di $O\mathbf{u}$ e gli elementi corrispondenti di aree sono eguali.

I punti della linea H vengono, durante il moto, nei punti della linea O, ma essendo $\lambda H' = O' - m\mathbf{u}$ la tangente in H si dispone nella tangente in O solamente quando $mO' \wedge \mathbf{u} = 0$, cioè $m = 0$, oppure, essendo $O' \neq 0$, O' è parallelo ad $\mathbf{u}$ nel qual caso Σ è una sviluppabile (non cono) aventi la linea O come spigolo di regresso. Gli archi delle due linee non sono, in generale, eguali, perchè dalla prima delle (7) si ha

$$H'^2 = O'^2 + m^2 - 2mO' \times \mathbf{u}$$

che dà archi eguali solo per $m = 0$ ovvero $m = 2\,O' \times \mathbf{u}$.

Ricordando che $\mathbf{u} \times \mathbf{u}' = 0$, perchè $\mathbf{u}$ è unitario, si ha dalle (7)

$$H' \times \mathbf{v}' = (O' - m\mathbf{u}) \times \mathbf{u}' = O' \times \mathbf{u}';$$

e poichè $O' \times \mathbf{u}' = 0$ esprime [cfr. h)] che O descrive la *linea di stringimento* di Σ si ha: la linea (H) di stringimento di Σ_1 viene a collocarsi, punto a punto, nella linea di stringimento di Σ.

Nello stesso modo si ha

$$H' \times \mathbf{v} \wedge \mathbf{v}' = O' \times \mathbf{u} \wedge \mathbf{u}' \quad , \quad H' \wedge \mathbf{v} = O' \wedge \mathbf{u},$$

e poichè $O' \times \mathbf{u} \wedge \mathbf{u} = 0$ dice che Σ è sviluppabile e $O' \wedge \mathbf{u} = 0$ che O descrive lo spigolo di regresso di Σ, risulta subito che: Σ_1 e Σ sono sviluppabili insieme e lo spigolo di regresso di Σ_1 viene a collocarsi, punto a punto, nello spigolo di regresso di Σ (1).

(1) Comunque sia scelto O, il punto R di $O\mathbf{u}$ che descrive la linea di stringimento o lo spigolo di regresso di Σ è dato da [cfr. h)]

$$R = O - \{(O' \times \mathbf{u}')/(\mathbf{u}' \wedge \mathbf{u})^2\}\,\mathbf{u};$$

il corrispondente punto in $H\mathbf{v}$ è dunque, per le formule note,

$$H - \{(O' \times \mathbf{u}')/(\mathbf{u}' \wedge \mathbf{u})^2\}\,\mathbf{v}.$$

Se Σ è un *cono* si può supporre O suo vertice, cioè $O' = 0$. Si ha allora dalla prima delle (7) $H' = -m\mathbf{v}$ e quindi Σ_1 è sviluppabile essendone H lo spigolo di regresso; in particolare un cono di vertice H (coincidente con O perchè ciò avviene nel tempo t_0) solamente quando $m = 0$.

Se Σ è un cilindro, cioè $\mathbf{u} = \text{cost}$, ovvero $\mathbf{u}' = 0$, allora per la seconda delle (7) si ha pure $\mathbf{v} = \text{cost}$, cioè Σ_1 è pure un cilindro. Se O descrive una sezione retta del cilindro Σ, cioè $O' \times \mathbf{u} = 0$, allora avendosi in generale $H' \times \mathbf{v} = O' \times \mathbf{u} - m$, la linea H è sezione retta del cilindro Σ_1 solamente quando $m = 0$.

Si sono così ottenute, in modo semplicissimo, le leggi generali e particolari del rotolamento di Σ_1 in Σ senza far uso di moti relativi, senza, cioè, introdurre dei moti fittizi che nulla hanno a che fare col moto dato che, poichè è dato, deve bastare ampiamente da sè solo a dare tutte le proprietà del moto. Sono in sostanza le isomerie vettoriali che eliminano nello spazio i moti relativi come nel piano [cfr. *a*), moto rigido piano] eliminano, sotto forma già nota, gli stessi moti. Si può esser certi che una volta eliminati *sistematicamente* i moti relativi in *tutta* la Meccanica, questa assumerà forma assai più semplice e chiara; si intende introdotti gli elementi assoluti ed eliminate le inutili coordinate.

Patologia vegetale. — *Intorno ad una gommosi specifica dell'albicocco.* Nota del prof. Vittorio Peglion, presentata dal Socio Cuboni.

Di forme fungine gummigene se ne conoscono ormai parecchie: cronologicamente elencate figura in prima linea il *Clasterosporium carpophilum*, quindi le forme conidiali di alcune *Sclerotinia*, un micelio sterile isolato dal Maimone [1] dalla gomma di limone, la *Pythiacystis citrophthora*, agente specifico della forma di gommosi prevalente negli agrumeti della California secondo il Fawcett [2], riscontrata successivamente in altre gommosi degli alberi da frutto: allorquando codesti parassiti riescono a penetrare di primavera nei tessuti corticali dei rami delle rispettive piante ospiti (agrumi e drupacee) e concorrano speciali condizioni di ambiente e precisamente largo afflusso acqueo per pioggia od irrigazione, le lesioni cagionate dal micelio diventano sede di così cospicuo processo gommoso da trarre in inganno chi osservi superficialmente il fenomeno.

Tale è una forma di gommosi che minaccia seriamente la coltivazione dell'albicocco nella regione emiliana: si tratta della stessa malattia ram-

[1] Maimone B., Annali Scuola Agr. Portici 1911.

[2] Fawcett H. S., Calif. St. Hortic. Monthl. Bull. 1913 — ed in Phytopathology — Feb. 1915.

mentata incidentalmente dal Beijerinck (1) e dall'Eriksson (2) segnalata successivamente dal Faes (3), come assai dannosa agli albicocchi del Valais nel 1903-904-914 e che ha infierito nel 1915 nelle piantagioni della Valle del Rodano (4). Ne è causa lo stato conidiale di una *Sclerotinia* che sarebbe riferibile a *Scl. laxa* se i caratteri differenziali rilevati dall'Aderhold e Ruhland (5) fossero abbastanza validi per distinguere questo parassita da *Scl. cinerea*; il carattere più significante sarebbe la stretta specializzazione del parassitismo all'albicocco che si verifica anche nei frutteti della regione emiliana: l'abicocco promiscuamente coltivato con peschi, susini, ciliegi, cotogni, meli e peri è il solo a subire i disastrosi effetti della *Sclerotinia* in parola; ho osservato per più anni l'andamento dell'infezione su un albero di albicocco di cui un ramo fu innestato a susino; il parassita distrugge regolarmente i rami fioriferi dell'albicocco, mentre rispetta nel modo più assoluto la fioritura e la vegetazione del ramo innestato a susino, ancorchè si siano determinati ad arte contatti diretti tra le parti infette dell'uno e le ramificazioni dell'altro.

Le prime traccie dell'infezione si avvertono durante la fioritura dell'albicocco: alcuni fiori saltuariamente disposti avvizziscono ma non accennano a disarticolarsi, come accade per mancata fecondazione o brinate; più tardi quando i getti erbacei si sono allungati, l'avvizzimento colpisce bruscamente da un giorno all'altro i germogli corrispondenti a detti fiori; al disotto dell'inserzione di questi, talora a qualche nodo di distanza tanto più sollecitamente se la stagione è piovosa, si manifesta un flusso gommoso in gocciole trasparenti che gemono da fessure della corteccia e si rapprendono in grumi più o meno voluminosi; questi rappresentano per i pratici il sintomo caratteristico dei colpi di gomma contro i quali essi si considerano disarmati, e cui viene attribuito il rapido deperimento dei rami e talora dell'albero intero. In realtà ciò accade quando rami od intero albero per le condizioni di momentanea depressione vegetativa offrano facile bersaglio ai comuni Scolitidi o tarli, che sembrano attirati dagli alberi fruttiferi in via di deperimento, per lesioni che comunque intralcino la circolazione dei succhi.

Più cospicua gommosi si osserva sulle branche adulte e sullo stesso tronco: il fenomeno ha la stessa origine. È noto che nel legno vecchio dell'albicocco sono disseminate numerose gemme, pronte a svolgersi a getti erbacei od a fiore; quando l'infezione colpisca uno di codesti brevissimi rametti fioriferi, essa si propaga lungo il medesimo e compromette un'area

(1) Beijerinck M. W. e Rant, Centr. Bakt. Paras. II XV, fasc. 12.
(2) Eriksson J., Mycol. Centralbl. II, h. 2, 1913.
(3) Faes E., Terre Vaudoise. juin 1914
(4) Chifflot et Manonat, Revue hort. 16, VIII, 15.
(5) Aderhold und Ruhland, Arb. Biol. Abt. f. Land-Fortw. IV-5-1905.

ellittica più o meno ampia del ramo adulto, alla cui periferia geme il flusso gommoso.

In tutti i casi l'infezione avviene attraverso lo stigma secondo il meccanismo illustrato per altre specie di *Sclerotinia* dal Woronin; il filamento miceliale conseguente alla germinazione dei conidi sullo stigma, penetra nella cavità ovarica invadendone la parete e ricoprendone la superficie esterna di abbondanti fruttificazioni conidiali; sono quindi invasi e coperti di fruttificazioni la corolla gli avanzi del calice e talora anche gli stami. I fiori sono mummificati. Successivamente, attraverso il brevissimo peduncolo fiorale, il micelio penetra nel tessuto corticale del rametto su cui il fiore è inserito, diffondendosi per un tratto ellittico di lunghezza variabile; per accertare l'entità dell'area infetta basta eseguire sezioni tangenziali in corrispondenza all'inserzione dei fiori mumificati in guisa da scoprire i tessuti corticali che percorsi da numerosi e voluminosi filamenti assumono una colorazione bruna: asportando colle dovute precauzioni piccoli frammenti di tessuto imbrunito — tanto dai rametti di un anno che dai rami adulti o dal tronco — ed innestandoli su fette di bietola sterilizzate si ottengono rigogliose colture che non tardano a differenziare le caratteristiche fruttificazioni di *Monilia*.

Infezione fiorale, seguita da mummificazione, necrosi del tessuto corticale, comparsa della gomma quasi a circoscrivere l'infezione, tali sono i fenomeni che si succedono nel volgere di due o tre settimane, dopodichè apparentemente l'infezione è arrestata: la contaminazione dei frutti in via di accrescimento è assai limitata; il caso più frequente è il contagio di qualche frutto crescente a contatto con un fiore mummificato ed imbrattato di gomma.

Questa impregna tutta la massa di tessuti necrosati che diventano fragili, duri al rasoio; se l'intera periferia del rametto è compromessa, la parte soprastante alla lesione avvizzisce e secca rapidamente; la necrosi è circoscritta talvolta ad una sola parte della corteccia com'è il caso dei rami adulti o del tronco infetti attraverso ad una gemma fiorifera avventizia. La cicatrizzazione della piaga o del cancro, secondo usasi correntemente ma impropriamente designare le lesioni derivanti da codeste necrosi del tessuto corticale, si inizia rapidamente: voluminosi calli si differenziano che provvedono entro l'anno stesso a rimarginare ferite talora assai vaste onde nell'annata successiva l'infezione passata è rivelata dalla deformazione più o meno accentuata dovuta alla fusione dei calli ipertrofici.

Tanto nei rametti dell'anno uccisi dal parassita, quanto in codesti cancri si differenziano fruttificazioni conidiali che derivano da gomitoli di micelio organizzatisi in corrispondenza delle lenticelle o di qualche eventuale soluzione di continuità del periderma, gomitoli da cui erompono all'esterno pustole di colore grigio costituite da un cuscinetto stromatico ricoperto da catenelle di conidi. Nei cancri in via di cicatrizzazione il periderma di

neoformazione elimina i tessuti corticali infetti, in seno ai quali tuttavia il micelio del parassita si raggomitola e spinge stromi fruttiferi fuori dalle lenticelle; quando la cicatrizzazione sia compiuta permangono i brandelli di tessuto eliminato, ricoperti da pustole conidiali di *Monilia* che però non riesce a penetrare nei tessuti di neoformazione onde la rimarginatura della ferita è perfetta.

A queste pustole conidiali disseminate sui rametti secchi e alla periferia di detti cancri ed alle pustole che si differenziano sui fiori mummificati sembra soprattutto affidato lo svernamento del parassita. Le prove metodicamente eseguite durante il rigido inverno scorso e nella corrente primavera mi hanno dimostrato che a malgrado delle nevicate, geli e disgeli, molti fiori mummificati nella primavera 1916 erano tuttora attaccati ai rametti e coperti di stromi fruttiferi disseminati sugli avanzi della corolla, sulla traccia d'imerzione dei petali, sulle lesioni dei rametti stessi; staccando in qualsiasi momento uno di questi organi infetti bastano poche ore di permanenza in camera umida per constatare la vitalità degli stromi e la spiccata energia vegetativa delle spore. Si comportano analogamente i frutti mummificati che restano attaccati ai rami: tali mummie ricoperte di fruttificazioni conidiali rinvengono all'epoca della fioritura e differenziano conidî prontamente germinabili che gli agenti naturali disseminano all'intorno.

I frutti mummificati che cadono sul terreno si disorganizzano rapidamente: un certo numero di essi raccolti nella primavera 1916 e ricoperti con un dito di sabbia in un vaso da fiori abbandonato all'aperto hanno dato origine a sclerozi neri, appiattiti analoghi a quelli che si formano in abbondanza nelle colture pure del fungo in substrato liquido. A differenza di altre specie di *Sclerotinia* sembra che la formazione degli apoteci avvenga dopo un periodo di quiescenza più prolungato: gli sclerozi di *Scl. ciborioides* ottenuti da colture pure, interrati nel maggio 1916 mi hanno dato gli apoteci nel novembre dello stesso anno; sclerozi di *Scl. Libertiana* interrati anch'essi nel maggio hanno fruttificato nel maggio 1917; i frutti di cotogno mummificati da *Scl. Cydoniae* (*Scl. Linhartiana*) hanno dato apoteci nel marzo 1917 dopo 28 ore di permanenza in termostato. Invece i frutti mummificati di albicocco e gli sclerozi ottenuti in coltura pura trattati alla stessa stregua rimasero perfettamente inerti, ed è noto che Ruhland ed Aderhold e successivamente il Valleau [1] ottennero gli apoteci da sclerozi rimasti in terra almeno per due anni.

Mentre la disseminazione delle ascospore delle *Sclerotiniae* ha carattere spiccatamente *anemofilo*, il trasporto dei conidî (*Monilia*) sembrerebbe affidato precipuamente agl'insetti pronubi: non soltanto le foglie di Cotogno colpite da *Monilia Cydoniae* esalando il delicato profumo di miele attirano

[1] Valleau W. D., Journ. of Agr. Res, Washington, V, 2.

gl'insetti; analoga azione chemotropica esercitano fiori e frutti mummificati di albicocco sui quali abbia ripreso a vegetare il parassita ed i getti di *Crataegus oxyacantha* infetti da *Scl. Crataegi*. La rapida diffusione che può assumere l'infezione nell'albicocco sarebbe in correlazione colla fioritura precoce e abbastanza duratura onde i pronubi imbrattandosi di spore durante la visita ai fiori infetti propagano l'infezione passando sui fiori immuni.

La lotta contro questa gravissima infezione deve pertanto imperniarsi sulla sistematica distruzione dei centri di svernamento del parassita: non si può circoscrivere ai molto appariscenti frutti mummificati che è agevole raccogliere durante l'inverno e bruciare. È contro le pustole svernanti sugli avanzi fiorali, sui rametti uccisi del fungo e sui brandelli di corteccia ricoprenti i cancri dei rami adulti e del tronco che bisogna agire. Le pratiche da adottare potrebbero essere le stesse proposte da Eriksson per la difesa dei meli e dei ciliegi dagli attacchi di *Monilia* nei fiori e nei getti; senonchè poco assegnamento può farsi sui trattamenti anticrittogamici, data la resistenza che oppongono agli antisettici gli aggregati compatti di micelio e di spore quiescenti; agevole ne è invece la soppressione mediante accurata potatura da eseguirsi quando la vegetazione è avviata ed è facile scorgere i danni localizzati subiti dall'albero, salvo a completare la pulizia durante il riposo invernale. Per i cancri basta tener presente che essi si rimarginano normalmente e che in essi l'infezione è circoscritta agli avanzi di corteccia più o meno sbrandellata, facilmente asportabili con raschiature superficiali.

Vulcanologia. — *Le fumarole a tenorite ed a cloruri alcalini nella lava dello Stromboli* [1]. Nota di G. Ponte, presentata dal Corrispondente F. Millosevich.

Il teatro eruttivo dello Stromboli se da un lato si presta molto per la osservazione dei fenomeni vulcanici, essendo possibile dominare dall'alto della Fossa i crateri, dall'altro non rende facile l'accesso alle colate che, tutte, da data immemorabile, prorompono sulla Sciara del Fuoco.

La Sciara del Fuoco è quella pendice sul versante NE dello Stromboli che dai crateri (altitudine circa 700 m.) si estende per ben 1000 metri fino al mare con una inclinazione di circa 45°. Su questa pendice ruzzolano in gran parte i materiali piroclastici lanciati fuori dei crateri durante le esplosioni ed i materiali caotici malfermi accumulati sulla Sciara. Le colate di lava scorrono quasi sempre verso la parte mediana della Sciara e spesso raggiungono il mare.

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di Mineralogia e Vulcanologia dell'Università di Catania.

Per potersi avvicinare alle colate occorre quindi attraversare la Sciara del Fuoco, compito se non impossibile difficilissimo, giacchè la mobilità del suolo è tale che chi vi si avventurasse correrebbe il rischio di esser travolto da valanghe di petrisco. Però dal lato della spiaggia, con un po' di accortezza, qualche volta è possibile raggiungere la lava.

Queste difficoltà hanno sempre impedito agli studiosi di avvicinarsi alle colate di lava dello Stromboli ed osservarvi le interessanti fumarole; senza dire che, prima della descrizione sulla eruzione del 1891, fatta dal Riccò e dal Mercalli (1), gli studiosi avevano l'opinione che lo Stromboli non desse affatto eruzioni di lave. Così si spiega come Saint-Claire-Deville, il quale aveva potuto osservare delle fumarole soltanto intorno ai crateri, potesse ammettere la mancanza di cloruri alcalini nelle fumarole di questo vulcano. La ragione poi che altri studiosi, recentemente non si siano occupati delle fumarole nelle lave dello Stromboli si deve, come si è detto, alle grandi difficoltà che bisogna affrontare per potersi avvicinare alle colate.

Oggetto della presente Nota è lo studio di una fumarola a tenorite ed a cloruri di sodio e potassio da me rinvenuta nella imponente colata del 3 e 4 luglio 1916 presso la spiaggia della Sciara del Fuoco, ove la lava aveva formato un grande ammasso prima di riversarsi sul mare.

L'enorme calore irradiante dalla massa lavica non permise di avvicinarsi alla colata che venti giorni dopo la sua emissione. Allora esisteva una grande fumarola a cloruri alcalini in via di raffreddamento, appena visibile a distanza per il colore grigiastro dei sali che la tapezzavano.

Il suolo, tutt'intorno alla fumarola, era scottante ed io vi potei sostare tanto quanto occorse per fare qualche saggio e per riempire alcuni tubi di vetro dei minerali fumarolici condensati attorno alla bocca. Le cartine reattive inumidite ed introdotte nella fumarola non variarono di colore; nessun odore si avvertiva tutt'intorno e tanto i tubi per la raccolta dei minerali quanto i vetri del mio occhiale non furono affatto appannati da vapor d'acqua.

Se fosse stato possibile avvicinarmi a questa fumarola almeno cinque giorni prima, certamente l'avrei sorpresa in attività ed allora avrei potuto raccogliere i cloruri allo stato pneumatolitico prima che si fossero condensati sulla bocca della fumarola.

Nel giorno dopo e negli altri successivi, essendo aumentata l'attività eruttiva e ruzzolando sulla Sciara fino alla spiaggia abbondanti materiali piroclastici non mi fu possibile avvicinarmi alla fumarola onde constatare se, in un secondo tempo, quando la sua temperatura si abbassò al di sotto di 400°, abbia dato sublimazioni di cloruro ammonico, come avviene spesso nelle

(1) A. Riccò e G. Mercalli. *Sopra il periodo eruttivo dello Stromboli cominciato il 24 giugno 1891.* Annali Uff. Cent. Meteor. e Geod. Vol. XI, 1892, pag. 15.

colate di lava dell'Etna (1). In tutto il materiale da me raccolto sulle fumarole a cloruro ammonico delle eruzioni etnee del 1910 e 1911 si riscontrano, nello strato cristallizzato più profondo, dei cloruri alcalini; ciò ho potuto pure osservare sull'abbondante materiale di altre eruzioni dell'Etna (1879 e 1892), conservato nel museo di Mineralogia e Vulcanologia dell'Università di Catania.

In questa Nota riassumo i risultati dell'esame dei minerali fumarolici della lava dello Stromboli.

L'aspetto grigiastro dei sali alcalini è dovuto alla presenza della tenorite che, nella proporzione del 2 al 3 %, intorbida i cloruri di potassio e di sodio, i quali hanno forme arborescenti o piumate.

La tenorite appartiene alle varietà granulare ed aciculare descritte dallo Scacchi (2) il quale le riscontrò nelle fumarole a cloruri alcalini del Vesuvio.

La varietà polverulenta al microscopio raramente si presenta laminare, però a forte ingrandimento si osservano delle scagliette che, secondo Scacchi, possono considerarsi una varietà della tenorite laminare più comune.

Gli aciculi sono lunghi da 2 a 3 mm. e presentano la base appiattita; liberati dai cloruri alcalini che li circondano e che sono facilmente solubili in acqua, hanno l'aspetto di una filza di aciculi e granuli i quali sembra formino lo scheletro di sostegno delle graziose forme arborescenti e piumate di questi sali. In lamina di platino arroventata al rosso vivo la tenorite dello Stromboli fonde, come quella dell'Etna, formando una macchia bruno nerastra facilmente attaccabile agli acidi; è solubile nella soluzione bollente di cianuro di potassio (reazione di Lemberg) (3); tenuta nei vapori di HCl dopo pochi minuti si trasforma in cloruro; nell'ammoniaca dopo pochi minuti dà il colore caratteristico azzurro dei sali di rame. Isolata dietro lavaggio fino alla completa eliminazione dei cloruri ed analizzata è risultata costituita da puro ossido di rame, come quella dell'Etna, mentre quella del Vesuvio, secondo il Guiscardi (4), contiene $Ti O_2$.

I cloruri alcalini intorbidati, come si è detto, dalla tenorite si presentano in aggruppamenti arborescenti. Al microscopio si osservano dei granuli e dei bastoncelli disposti come le barbe di una penna nelle quali si scorgono degli aciculi di tenorite; difatti lasciandoli in ambiente saturo di HCl dopo pochi minuti si forma del cloruro ramico verde. Più spesso le forme arborescenti dei cloruri presentano tre ramificazioni sull'asse, a 120° l'una dal-

(1) G. Ponte, *Studî sull'eruzione etnea del 1910*, Atti R. Accad. Lincei, vol. VIII, ser. 5ª anno 1911, pag. 32.

(2) Scacchi, Atti R. Acc. di Sc. Fis. e Matematiche di Napoli, VI, n. 9, pag. 10, anno 1874.

(3) Lemberg, Zeitschr. d. geol. Ges, 1900, 52, pag. 491.

(4) G. Guiscardi, Annali d. R. Oss. Vesuviano, 1° quaderno, pag. 72.

l'altra, e gli aggregati minerali che le compongono sono pur essi disposti secondo tre direzioni (fig. 1).

I cloruri separati dalla tenorite per filtrazione, dopo soluzione in acqua, restano esenti delle minime tracce di sali di rame; ciò dimostra che la fumarola non presentò esalazioni acide, che avrebbero attaccato la tenorite.

Ing. 10 diametri.
FIG. 1.

L'analisi dei cloruri alcalini di questa fumarola dello Stromboli ha dato i seguenti risultati ridotti a 100:

$$KCl = 60{,}63$$
$$NaCl = 39{,}37$$
$$LiCl = \text{tracce}$$

La preponderanza del cloruro di potassio sul cloruro di sodio in una fumarola dello Stromboli, la cui lava è povera di potassio (1), è un esempio importante che potrebbe allontanare qualche preconcetto, come quello del Freda (2) e del Brauns (3), i quali sostennero che la prevalenza del potassio sul sodio nelle fumarole a cloruri alcalini del Vesuvio si debba alla azione dell'acqua del mare e rispettivamente dell'HCl sui minerali ricchi di potassio (leucite e feldspato potassico).

La preponderanza del cloruro di potassio nella maggior parte delle esalazioni aloidiche dei vulcani potrebbe derivare dalla maggiore volatilità di questo sale rispetto a quello di sodio, ma prima di venire ad una conclusione occorrerebbe riscontrare se le lave consolidate portate al punto di esplosione conservano nelle esalazioni le stesse proporzioni dei due cloruri fumarolici.

Anche le fumarole dell'Etna contengono molto cloruro di potassio; difatti da una analisi da me fatta dei cloruri dell'eruzione etnea del 1892 conservati nel museo di Mineralogia e Vulcanologia dell'Università di Catania, è risultato:

$$KCl = 34{,}12$$
$$NaCl = 65{,}88$$
$$LiCl = \text{tracce}$$

(1) Analisi di F. Glaser del basalte del 1894 = 3,16 % di K_2O; analisi di S. Washington del basalte del 1914 = 2,05 %; idem del 1915 = 2,02; analisi di G. Ponte del basalte del 1916 = 1,54 % di K_2O.

(2) G. Freda, *Sulla costituzione chimica delle sublimazioni saline vesuviane.* Gazz. Chimica ital., vol. XIX, 1889, pag. 21.

(3) Brauns, N. Jahrb. 1890, 2, pag. 375.

Non avendo potuto raccogliere allo Stromboli i cloruri allo stato pneumatolitico, cioè durante la loro esalazione, non ho potuto stabilire se essi in quello stato si mantengono pure nelle stesse proporzioni del miscuglio solido o presentino delle variazioni dovute alla maggiore volatilità del cloruro di potassio. Per tali ragioni non ho potuto stabilire, nemmeno indirettamente, la temperatura reale della fumarola durante la esalazione dei cloruri, che avrei ricavato con la determinazione del punto di fusione del miscuglio. Però la mancanza di forme cristalline nei cloruri, dovuta probabilmente a rifusione, mi fa ritenere che brusche variazioni di temperatura siano avvenute nella fumarola, dovute all'aumento della massa delle esalazioni o alla intermittente prevalenza del cloruro di sodio, il cui punto di fusione (820°) è superiore a quello del cloruro di potassio (772°) e a quello del miscuglio eutettico (655° secondo il Lacroix).

Poichè la tenorite trovasi tra i cloruri alcalini, deve ammettersi che essa appartenga alla stessa fase fumarolica [1].

In quanto alla genesi della tenorite il Covelli [2] sostenne che essa si formi per azione del vapor d'acqua sul cloruro ramico secondo la seguente reazione:

$$Cu\,Cl_2 + H_2O \rightleftarrows Cu\,O + 2HCl.$$

Zambonini [3] sostiene anche questa ipotesi ed anzi egli riferendosi alle osservazioni del Richter sull'ossido cuprico rinvenuto nella fornace di Mulden ed alle argomentazioni del Rammelsberg, considera un errore quello del Palmieri, il quale non ammise la precedenza del cloruro di rame nella formazione della tenorite. Molti altri scienziati come il Fouquè, il Lacroix ed il Dey ammettono la presenza del vapor d'acqua e dell'acido cloridrico primarii nelle fumarole a cloruri alcalini, ma non lo hanno provato con ricerche rigorose fatte sul terreno [4].

Io credo che il problema non potrà essere risolto finchè non si sarà controllata rigorosamente la presenza del vapor d'acqua e dell'acido cloridrico nelle fumarole a tenorite; per ora, a conferma di quanto asserì il Palmieri [5], posso sostenere che il cloruro ramico nei vulcani si presenta come un prodotto secondario dell'azione dell'HCl sulla tenorite e non si osserva mai nelle fumarole

(1) Secondo Wöhler e Foss, il punto di fusione della tenorite è 1064°, però l'ossido ramico riscaldato a temperature inferiori a quella di fusione si dissocia sensibilmente (Phil. Mag. (6), 1906, t. XI, pag. 521).

(2) N. Covelli, Atti R. Acc. d. Scienze di Napoli, IV, *Mineralogia*, pag. 9, 1839.

(3) F. Zambonini, *Mineralogia Vesuviana*, Napoli, 1910, pag. 70.

(4) G. Ponte, *Ricerche sulle esalazioni dell'Etna*, Nota II, Rend. Accad. Lincei, vol. XXIII, fasc. 9, 1914, pag. 405.

(5) L. Palmieri, *L'incendio vesuviano del dì 26 aprile 1872*. Atti Acc. d. Sc. Fis. e Mat. di Napoli, vol. V, n. 16, pag. 22 e pàg. 18.

a tenorite delle colate lontane dalla influenza dei gas acidi esalanti dagli apparati eruttivi.

Questo fatto è di sommo interesse e non deve sfuggire allo studio dei fenomeni vulcanici. Sinora si è ritenuto che l'acido cloridrico sia un prodotto primario endogenetico del vulcanismo, ma come si spiegherebbe allora che le lave fluidissime nel momento in cui sgorgano non ne contengono affatto tracce e che solo si manifesta lungo i camini eruttivi e negli imbuti craterici? Palmieri, Monticelli e Covelli osservarono ripetutamente questo fatto. Alcuni studiosi come il Wolff (1) invocano la formola di Vogel von Falckestein (2) sull'equilibrio chimico dell'HCl stabilita in base al teorema del calore di Nerst, per dimostrare che questo gas non è notabilmente dissociato alla temperatura dei magma lavici e che perciò è di origine endogenetica, ma ciò non toglie che esso non possa anche essere di origine epigenetica.

Lo studio dei possibili equilibrî chimici in base alle costanti fisico-chimiche di tutti i composti che si riscontrano nei vulcani alle varie pressioni e temperature è di grande aiuto al vulcanismo, ma questo studio non deve essere soltanto teorico, tanto più che gli elementi del calcolo diventano variabilissimi durante l'eruzione e le reazioni sono tanto più effimere quanto più rapide le variazioni. Così si spiega che per lo più le fumarole presentano delle manifestazioni diverse in natura e grado a seconda il variare più o meno rapido delle condizioni fisiche (temperatura e pressione).

Molti problemi ancora da risolvere presenta il vulcanismo e specialmente riguardo a quei composti che hanno una stabilità effimera nel magma, come ad es. gli azoturi.

Queste considerazioni rendono incerto il sistema che sinora si è voluto tenere nella classificazione delle fumarole vulcaniche, le quali sono diverse e variabili non tanto in rapporto alla natura dei vulcani quanto alle condizioni di equilibrio chimico, variabile ad ogni eruzione ed in ogni cratere, essendo frequenti anche reazioni epigenetiche.

(1) F. von Wolff, *Der Vulkanismus*. Stuttgart, 1914, pag. 106 e pag. 581.

(2) K. Vogel von Falckenstein, *Das Gleichgewicht des Deaconprozesses*. Zeitschr. f. phys. Chemie, 59, 1907, pag. 313.

Elenco dei lavori presentati ai concorsi ai premi del Ministero della Pubblica Istruzione per le *Scienze naturali* (1).

(Scadenza 31 dicembre 1916. — Due premi di L. 2000 ciascuno).

1. Ariola Vincenzo. 1) « Contributo per una revisione dei Distomi » (st.). — 2) « L'unità vitale » (st.). — 3) « *Ascaris osculata* in Foca elefantina » (st.). — 4) « Distoma sinense e D. felineo nell'uomo » (st.). — 5) « Osservazioni sulle Fasciole dei Ruminanti » (st.). — 6) « Selezione naturale e teleologia » (st.).

2. Baroni Eugenio. 1) « Sunti di zoologia e botanica per la 2ª classe tecnica » (st.). — 2) « Sunti di zoologia e botanica per la 5ª classe ginnasiale » (st.). — 3) « Botanica » (st.). — 4) « Zoologia e botanica » (st.).

3. Bellini Raffaello. 1) « Studio sintetico sulla geologia dell'Isola di Capri » (st.). — 2) « *Nautilus Subasii*, nuova forma del Lias superiore » (st.). — 3) « I molluschi extramarini dei dintorni di Napoli » (st.).

4. Bezzi Mario. 1) « The syrphidae of the Ethiopian region » (st.). — 2) « H. Sauter's Formosa-Ausbeute » (st.). — 3) « *Oedaspis*. Genere di ditteri tripaneidi cecidogeni » (st.). — 4) « Eine neue südamerikanische Art der Dipterengattung » (st.). — 5) « Ditteri raccolti dal prof. Silvestri » (st.). — 6) « Materiali raccolti nelle zone di Misurata e Homs (1912-13). Ditteri » (st.). — 7) *Speomyia absoloni* n. gen. n. sp. (Dipt.), eine degenerierte Höhlenfliege aus dem herzegowinisch-montenegrinischen Hochgebirge » (st.). — 8) « Ditteri cavernicoli dei Balcani » (st.). — 9) « Indian *Pyrgotinae* (Diptera) » (st.). — 10) « Two new species of fruit flies from southern India » (st.). — 11) « Sui Blefaroceridi della Nuova Zelanda » (st.). — 12) « Ditteri raccolti da S. A. R. la Duchessa d'Aosta » (st.). — 13) « Ditteri raccolti nella Somalia Italiana » (st.). — 14) « Una nuova specie di Estride dell'Eritrea » (st.). — 15) « On the Ethiopian fruit-flies of the genus *Dacus* » (st.). — 16) « *Heterohopus Trotteri*, nuova specie di dittero della Libia » (st.). — 17) « Sur un genre nouveau de Diptère subaptère des cavités souterraines du Djurdjura » (st.). — 18) « Alguns muscideos cecidogénicos do Brazil » (st.). — 19) « On the fruit-flies of the genus *Dacus*, (s. L.), occurring in India, Burma, and Ceylon » (st.). — 20) « Riduzione e scomparsa delle ali negli insetti ditteri » (st.).

5. Cacciamali G. Battista. 1) « Fratture della bassa Val Camonica » (st.). — 2) « Appunti sull'anfiteatro Morenico Benacense » (st.). — 3) « Studio geologico della parte nord-ovest della Val Sabbia » (st.). — 4) « Le falde di

(1) Presentato nella seduta del 4 febbraio 1917.

copertura di Selvapiana e di Tre Cornelli » (st.). — 5) « Una falda di copertura tra Gavardo e Vobarno » (st.). — 6) « Le terre della nostra guerra » (st.).

6. Colamonico Carmelo. 1) « Studî corologici sulla Puglia. La pioggia a Bari » (st.). — 2) « Materiali per la climatologia d'Italia. La pioggia nella Campania » (st.). — 3) « La distribuzione della popolazione nella Puglia centrale e meridionale secondo la natura geologica del suolo » (st.).

7. De Stefano Giuseppe. 1) « Osservazioni geologiche sull'Eocene della Calabria Meridionale » (st.). — 2) « Osservazioni sulle piastre dentarie di alcuni *Myliobatis* viventi e fossili » (st.). — 3) « Note sopra alcune tartarughe fossili » (st.). — 4) Sopra alcuni molari fossili elefantini americani » (st.). — 5) « Sopra alcuni ittiodontoliti » (st.). — 6) « Il valore sistematico e filogenetico del sistema dentario ecc. » (st.). — 7) « I pesci fossili di Licata in Sicilia » (ms.).

8. Greco Benedetto. 1) « Il Sinemuriano nel deserto arabico settentrionale » (st.). — 2) « Fauna cretacea dell'Egitto raccolta dal Figari Bey » (st.).

9. Lumia Corrado. 1) « Azioni dei concimi minerali sull'attività di alcuni microrganismi del terreno » (st.). — 2) « La calciocianamide ostacola la denitrificazione » (st.). — 3) « Il processo di denitrificazione nel terreno agrario e l'arrabbiaticcio o calda-fredda » (st.).

10. Nicolosi Roncati Francesco. « Il nucleo delle cellule vegetali » (ms.).

11. Trabucco Giacomo. 1) « Sulle relazioni che intercedono tra la foresta e le frane » (st.). — 2) « Costituzione chimica, origine ed età dell'argilla smectica » (st.). — 3) « Sul calcare da cemento del Poggio di Gricigliano » (st.).

E. M.